

Агентство образования администрации Красноярского края  
Красноярский государственный университет  
Заочная естественно-научная школа при КрасГУ

«МАТЕМАТИКА ДО ВУЗА»

Контрольное задание № 3

Авторы программы: Е.К. Лейнартас, д-р физ.-мат. наук  
В.М. Трутнев, канд. физ.-мат. наук

Красноярск, 2006

Составители: Е.К. Лейнартас, В.М. Трутнев

Математика до вуза: Контрольное задание №3. /Сост: Е.К. Лейнартас, В.М. Трутнев; КрасГУ. – Красноярск,-2006- 8с.

Печатается по решению Дирекции  
Краевого государственного учреждения дополнительного образования  
Заочная естественно-научная школа  
при Красноярском государственном университете

©Красноярский  
государственный  
университет, 2006

## Контрольное задание №3

*Указания по выполнению контрольных заданий.*

Часть А содержит 20 несложных заданий (как правило, они оцениваются в 1 балл), к каждому даны 4 варианта ответов, из которых только один верный. В талоне ответов Вы должны указать номер выбранного Вами ответа.

Часть В содержит 15 более сложных заданий (как правило они оцениваются в 1 – 2 балла). После их выполнения в талоне ответов требуется записать только полученный ответ. Часть С содержит 5 наиболее сложных заданий (они оцениваются в 4 балла), подробное решение которых приведите в отдельной тетради.

Для проверки по адресу подготовительных курсов высылайте заполненный талон ответов и тетрадь с решениями задач части С.

Темы: тригонометрические неравенства; вычисление производной; уравнения касательной к графику функции; исследование функции с помощью производной; действие с векторами; текстовые задачи; прогрессии.

А1. Решением неравенства  $2 \cos x > 1$  являются промежутки:

- 1)  $(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n)$ ;    2)  $(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n)$ ;  
3)  $(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n)$ ;    4)  $(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3})$ .

А2. Решением неравенства  $2|\cos 2x| \leq \sqrt{3}$  являются промежутки:

- 1)  $(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n; \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n)$ ;    2)  $(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n)$ ;  
3)  $(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n)$ ;    4)  $(-\frac{\pi}{12} + \pi n; \frac{\pi}{12} + \pi n)$ .

- A3. Решением неравенства  $|\sin x| > \frac{\sqrt{2}}{2}$  являются промежутки:
- 1)  $(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n)$ ; 2)  $(-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n)$ ;  
 3)  $(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n)$ ; 4) 1)  $(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n)$ .
- A4. Найдите производную функции  $f(x) = -\sin x + x^7$ :
- 1)  $\cos x + \frac{x^8}{8}$ ; 2)  $-\cos x + \frac{x^2}{8}$ ; 3)  $\cos x + 7x^6$ ; 4)  $-\cos x + 7x^6$ .
- A5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = x - 3 \ln x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ :
- 1) 0; 2) 2; 3) -7; 4) -6.
- A6. Значение производной функции  $y = \frac{3-x}{2+x}$  в точке  $x = -3$  равно:
- 1) -6; 2) -7; 3) -1; 4) -5.
- A7. Тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 4 - x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = -3$  равен:
- 1) 0; 2) -5; 3) -6; 4) 6.
- A8. Наибольшее значение функции  $f(x) = -x^3 + 3x$  на отрезке  $[-1; 2]$  равно:
- 1) -4; 2) 4; 3) 2; 4) -2.
- A9. Уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 3x + 6$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$  имеет вид:
- 1)  $y = 8 - x$ ; 2)  $y = 8 + x$ ; 3)  $y = x - 8$ ; 4)  $y = 8x - 1$ .
- A10. Количество точек экстремума функции  $y = 3x^4 - 16x^3 - 3$  равно:
- 1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) 1.

- A11. Касательная к графику функции  $f(x) = 6\sqrt{x+4}$  с угловым коэффициентом  $k = 0,6$  пересекает ось абсцисс в точке  $x$  равной:
- 1)  $-28$ ;    2)  $-29$ ;    3)  $-30$ ;    4)  $-31$ .
- A12. Значение производной функции  $y = (x+2)\ln x$  в точке  $x = 1$  равно:
- 1)  $3 + \ln x$ ;    2)  $3$ ;    3)  $2$ ;    4)  $3 \ln x$ .
- A13. Область значений функции  $y = 4 \cos 2x$  равна:
- 1)  $[-4; 4]$ ;    2)  $[-8; 8]$ ;    3)  $[-5; -3]$ ;    4)  $[3; 5]$ .
- A14. Даны вектор  $\vec{a} = (-1; 5)$  и точка  $A(4; 2)$ . Найдите длину вектора  $\vec{AB}$ , если известно, что  $B$  лежит на оси  $Oy$  и скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{AB} = 4$ .
- 1)  $2\sqrt{5}$ ;    2)  $\sqrt{26}$ ;    3)  $4$ ;    4)  $4\sqrt{2}$ .
- A15. Даны векторы  $\vec{AB}(\alpha; \beta; -6)$  и  $\vec{AC} = (4; 2; -3)$ . Если точки  $A, B, C$  лежат на одной прямой, то сумма  $\alpha + \beta$  равна:
- 1)  $14$ ;    2)  $10$ ;    3)  $18$ ;    4)  $12$ .
- A16. Если вектор  $\vec{a} + \vec{b}$  делит угол между векторами  $\vec{a}(111; 222; 333)$  и  $\vec{b}$  пополам, то  $|\vec{a}| - |\vec{b}|$  равно:
- 1)  $111$ ;    2)  $0$ ;    3)  $7$ ;    4)  $10$ .
- A17. Если в параллелограмме  $ABCD$  заданы  $D(3; 1; -5)$ ,  $\vec{DC}(-2; -1; 2)$ ,  $\vec{DB}(4; -3; -1)$ , то сумма координат вершины  $A$  равна:
- 1)  $1$ ;    2)  $-1$ ;    3)  $0$ ;    4)  $2$ .

- A18. Даны векторы  $\vec{a}(5; -2; 3)$ ,  $\vec{b}(2; -3; 1)$  и  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ . Угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$  равен:
- 1)  $45^\circ$ ;    2)  $60^\circ$ ;    3)  $90^\circ$ ;    4)  $120^\circ$ .
- A19. Если  $|\vec{a}| = \sqrt{137}$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 20$  и  $|\vec{a} - \vec{b}| = 18$ , то  $|\vec{b}|$  равен:
- 1)  $15$ ;    2)  $\sqrt{13}$ ;    3)  $\sqrt{27}$ ;    4)  $5$ .
- A20. Длина основания равнобедренного треугольника с вершинами в точках  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(1; 3; 3)$ ,  $C(2; 4; 3)$  равна ...
- 1)  $2$ ;    2)  $\sqrt{2}$ ;    3)  $2\sqrt{2}$ ;    4)  $4$ .
- B1. Число целых решений неравенства  $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$  на промежутке  $[0, 2\pi]$  равно ...
- B2. Число целых решений неравенства  $\sin x + \sqrt{3} \cos x < 1$ , принадлежащих отрезку  $[0, 2\pi]$ , равно ...
- B3. Найдите значение функции  $f(x) = -\frac{x^5}{5} + x^3 + 4x - \frac{2}{5}$  в точке минимума.
- B4. Найдите длину промежутка возрастания функции  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 15x$ .
- B5. Точка максимума функции  $f(x) = e^{x+3}x^4$  равна ...
- B6. Сумма координат точки с положительной абсциссой, касательная к которой к графику функции  $f(x) = x^2 - 3x + 16$  проходит через начало координат, равна ...
- B7. Через точку  $(1; -1)$  проходят две касательные к графику функции  $f(x) = -2\sqrt{x} + 2$ . Сумма абсцисс точек касания равна ...

- V8. Взяли одинаковые массы ягод и сиропа. Известно, что в ягодах содержится **65%** воды, а в сиропе — **15%** воды. Ягоды залили сиропом. Сколько процентов воды содержится в смеси ягод и сиропа?
- V9. В арифметической прогрессии третий член равен **5**, а сумма второго и шестого равна **18**, тогда сумма девяти членов прогрессии равна ...
- V10. Катер прошел по течению реки расстояние от пункта **A** до пункта **B** за **3** часа, а от **B** до **A** — за **5** часов. За сколько часов проплывет от **A** до **B** плот?
- V11. В арифметической прогрессии известны  $a_{14} = -72$  и  $a_{35} = 117$ . Номер  $k$  члена этой прогрессии, начиная с которого все её члены неотрицательны, равен ...
- V12. Два экскаватора, работая одновременно с одинаковой производительностью, могут вырыть котлован за **5** часов. Если один из них увеличит производительность на **50%**, то, работая одновременно, они сделают эту работу за ...
- V13. Лодка за **5** часов прошла по реке **20** км и вернулась обратно. Если скорость течения реки **3** км/час, то скорость лодки равна ...
- V14. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна **-16**, сумма второго и третьего членов равна **-48**, а  $n$ -й член равен **-972**. Тогда  $n$  равно ...
- V15. Первый член геометрической прогрессии с неотрицательными членами больше второго на **36**, а третий больше четвертого на **4**, тогда первый член равен ...

- C1. При каком значении  $b$  уравнение  $x^4 - 8x^3 - 8x^2 + 96x + b = 0$  имеет ровно три корня?
- C2. Найдите значение параметра  $a$ , при котором наибольшее отрицательное решение неравенства  $\frac{ax + 16}{x} \geq -7$  равно  $-8$ .
- C3. Найдите все значения  $a$ , при которых функция

$$y = \sqrt[7]{2x^2 - (11a + 1)x - 2 + a}$$

имеет минимум в точке  $x_0 = 3$ .

- C4. Найдите множество значений функции

$$y = \frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(0,25(\sqrt{3} \sin x - \cos x + 2)).$$

- C5. Известно, что  $2/3$  машин автобазы легковые, а остальные — грузовые. Доля исправных машин на автобазе равна  $3/4$ , а доля исправных машин среди грузовых равна  $1/2$ . Найти долю исправных машин среди легковых.



# МАТЕМАТИКА ДО ВУЗА: Контрольное задание № 3

Составитель: Евгений Константинович Лейнартас,  
Вячеслав Михайлович Трутнев

Редактор: О.Ф.Александрова  
Корректурa автора

Подписано в печать 25.12.2006.      Формат 60x84/16.  
Бумага газетная.                      Печать ризографическая.  
Усл. печ. л. 0,5.

Тиражируется на электронных носителях  
Адрес в Internet: [zensh.ru/resources](http://zensh.ru/resources)

Отдел информационных ресурсов управления информатизации КрасГУ  
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, ауд. 22-05, e-mail: [info@lan.krasu.ru](mailto:info@lan.krasu.ru)

Издательский центр Красноярского государственного университета  
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, e-mail: [rio@lan.krasu.ru](mailto:rio@lan.krasu.ru)